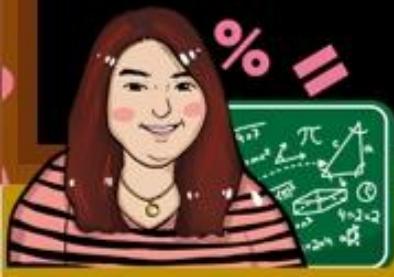


STATISTICS

2 พื้นฐานความน่าจะเป็น

Introduction to Probability



กานต์ สุวัฒนา

วิศวกรรมอุตสาหกรรม คณะวิศวกรรมศาสตร์ ม.นเรศวร

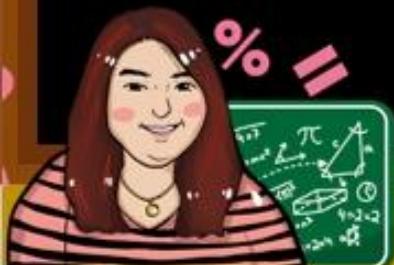
ແໜນເປີລສເປົ່ງ (SAMPLE SPACE)

ເຕືອນກລຸ່ມຜລວິພຣ໌ທີ່ເປັນໄປໄດ້ກຳໜົນ ລະເຈີຍນເຖິງຕົວຢ່າງ S

ແໜນເປີລສເປົ່ງຂອງຜລກາຮເບິ່ງຢືນເຖິງນີ້ລ $S = \{ໝໍພື້, ອຸນະ\}$
ຈຳນວນລວມາໃກ $N_s = 2$

ແໜນເປີລສເປົ່ງຂອງກາຣໂຍ່ນເໜີຍຫຼຸ່ມ $S = \{\text{ໜົວ}, \text{ກົວຍ}\}$
ຈຳນວນລວມາໃກ $N_s = 2$

ແໜນເປີລສເປົ່ງຂອງແຕ່ມຈາກກາຣໂຍ່ນລູກເຕົາ $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
ຈຳນວນລວມາໃກ $N_s = 6$



ເໜີຕູກາຣণ໌ (EVENT)

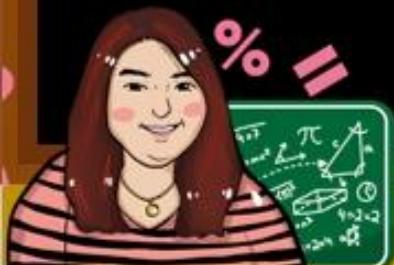
ກລຸ່ມຂອງຜລລົບຮົງທີ່ເກີດຂຶ້ນ ກົ່ຽວຂ້ອງໃຈ ໃນ Sample Space

ຕົວຢ່າງ ໂຍໍ່ລູກເຕົ້າ 1 ລູກ $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
ຈຳນວນສນາຍີກ $N_S = 6$

A ຄື່ອ ເຊື້ອງເໜີຕູກາຣণ໌ຂອງກາຣເກີດແຕ່ມາກກວ່າ 3 ແຕ່ມ

ລະໄດ້ $A = \{4, 5, 6\}$

ຈຳນວນສນາຍີກ $N_A = 3$



ເລືດກາຣນໍ (EVENT)

ກລຸ່ມຂອງຜລວ້ພຣຖໍ່ເກີດຂຶ້ນ ກົ່ຽວຂ່າຍໃນ Sample Space

ຕົວຢ່າງ ດຽວປະຈຸບັນທີ່ວາງແຜນມືບຸຕຣ 2 ມີ $S = \{99, 77, 44, 22\}$

ຈຳນວນລມາຍີກ $N_s = 4$

B គីវ ម៉ែត្រទេសចរណ៍ក្នុងការនិរបត្រករណីមួយ។

ឧប្បកែ B = {៩៩, ៩៧, ៧៩}

ຈຳນວນສມາຊິກ $N_B = 3$



ความน่าจะเป็น

$$P(A) = \frac{n_A}{N_s}$$

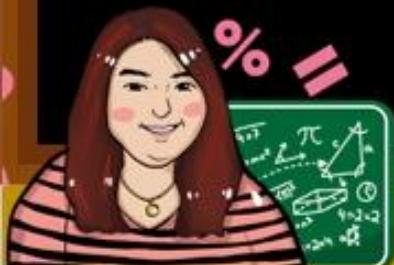
จำนวนสมาชิกในเหตุการณ์ที่เราสนใจ
จำนวนสมาชิกทั้งหมดใน Sample space

โยนลูกเต๋า 2 ลูก พร้อมกัน จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้ผลรวมเท่ากับ 2 แต้ม

จำนวน Sample space = 36

จำนวนเหตุการณ์ (บวกได้ 2) = 1

$$P(A) = \frac{n_A}{N_s} = \frac{1}{36}$$



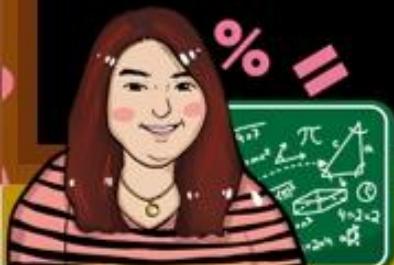
ความน่าจะเป็น

$$P(A) = \frac{n_A}{N_S}$$

จำนวนสมาชิกในเหตุการณ์ที่เราสนใจ
จำนวนสมาชิกทั้งหมดใน Sample space

ในห้อง ๆ หนึ่งมีนิลิตผู้ชาย 26 คน นิลิตผู้หญิง 30 คน
ถ้าสุ่มนิลิต 1 คน จงหาความน่าจะเป็นที่จะสุ่มได้ผู้ชาย

$$P(A) = \frac{n_A}{N_S} = \frac{26}{56}$$



สมบัติบางประการของความน่าจะเป็น

1. $0 \leq P(A) \leq 1$

2. $P(A) = 1 - P(A')$

3. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

4. $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C)$

$- P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$

5. กรณี A, B เป็นอิสระต่อกัน $P(A \cap B) = P(A)P(B)$

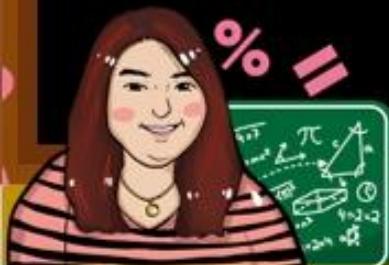
6. กรณี A, B, C เป็นอิสระต่อกัน $P(A \cap B \cap C) = P(A)P(B)P(C)$



$P(\text{ยิงเข้าสีแดง}) = 0.9$

ถ้ายิงปืน 2 นัด แต่ละนัดอิสระต่อกัน
ความน่าจะเป็นที่จะเข้าสีแดงทั้ง 2 นัด

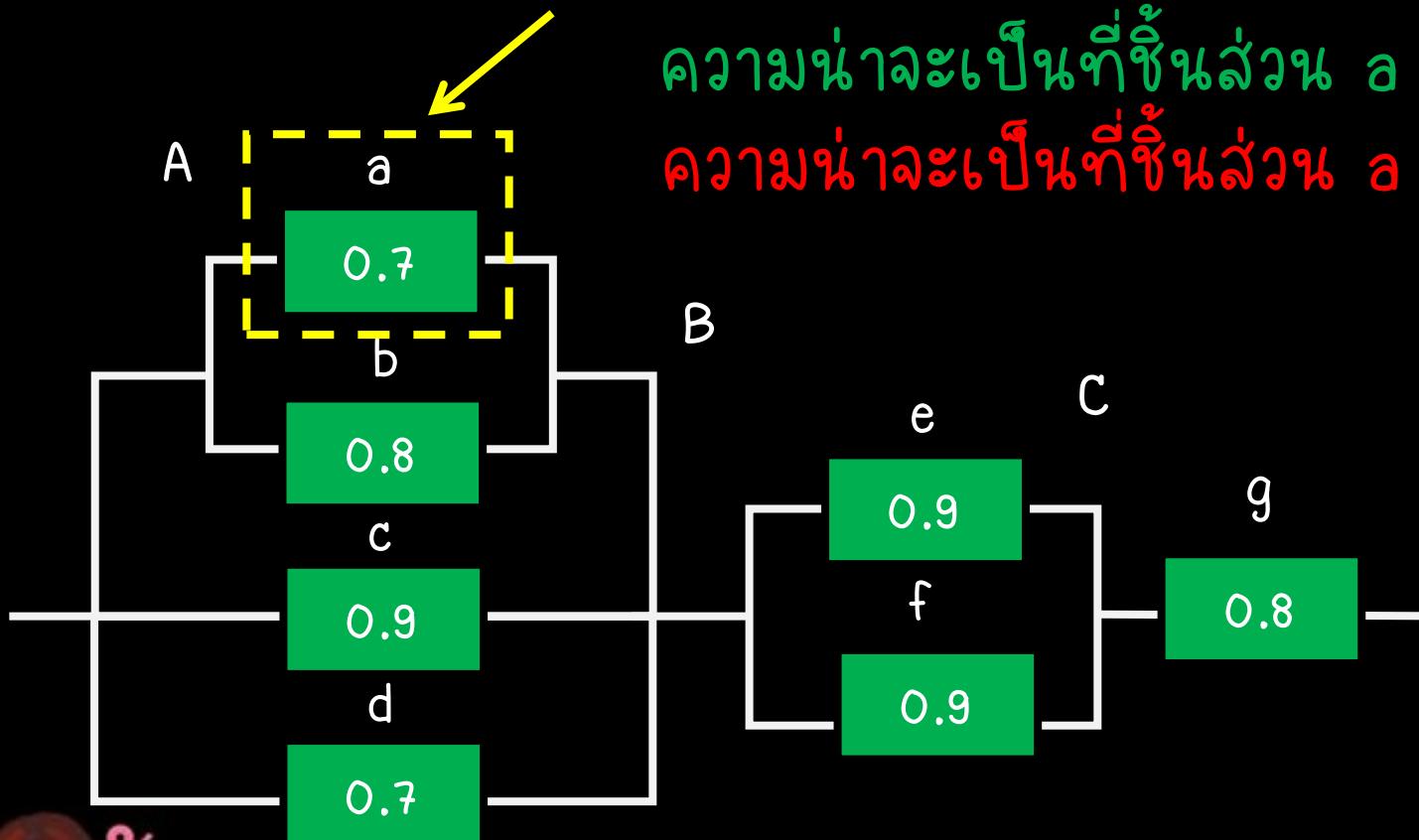
$$\begin{aligned} P(A_1 \cap A_2) &= P(A_1)P(A_2) \\ &= 0.9 \times 0.9 = 0.81 \end{aligned}$$



ความน่าจะเป็นที่ระบบทำงาน



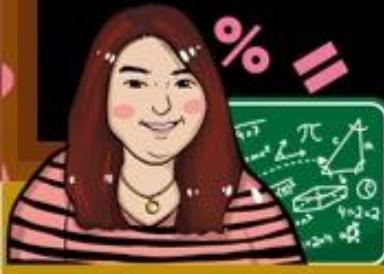
ชิ้นส่วน a



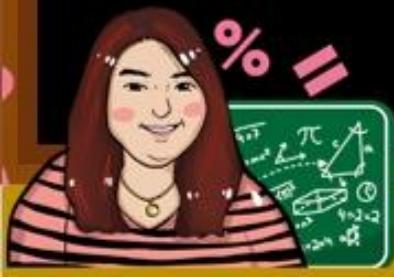
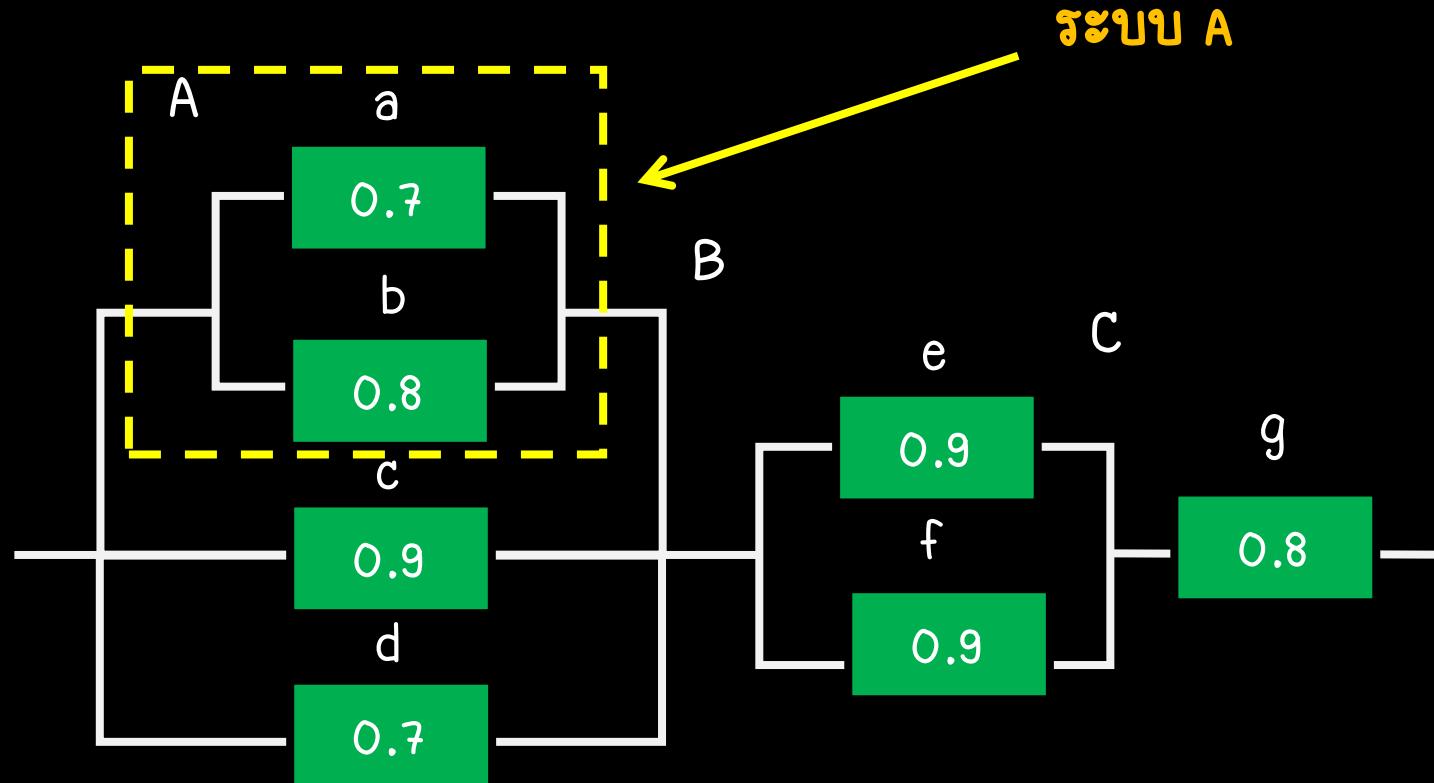
ความน่าจะเป็นที่ชิ้นส่วน a ทำงาน = 0.7 หรือ $P(a) = 0.7$

ความน่าจะเป็นที่ชิ้นส่วน a ไม่ทำงาน = $1 - 0.7 = 0.3$

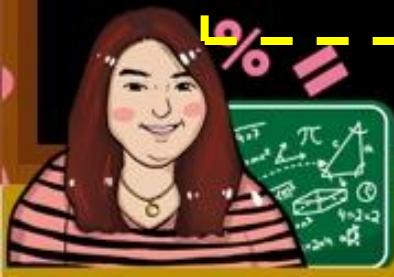
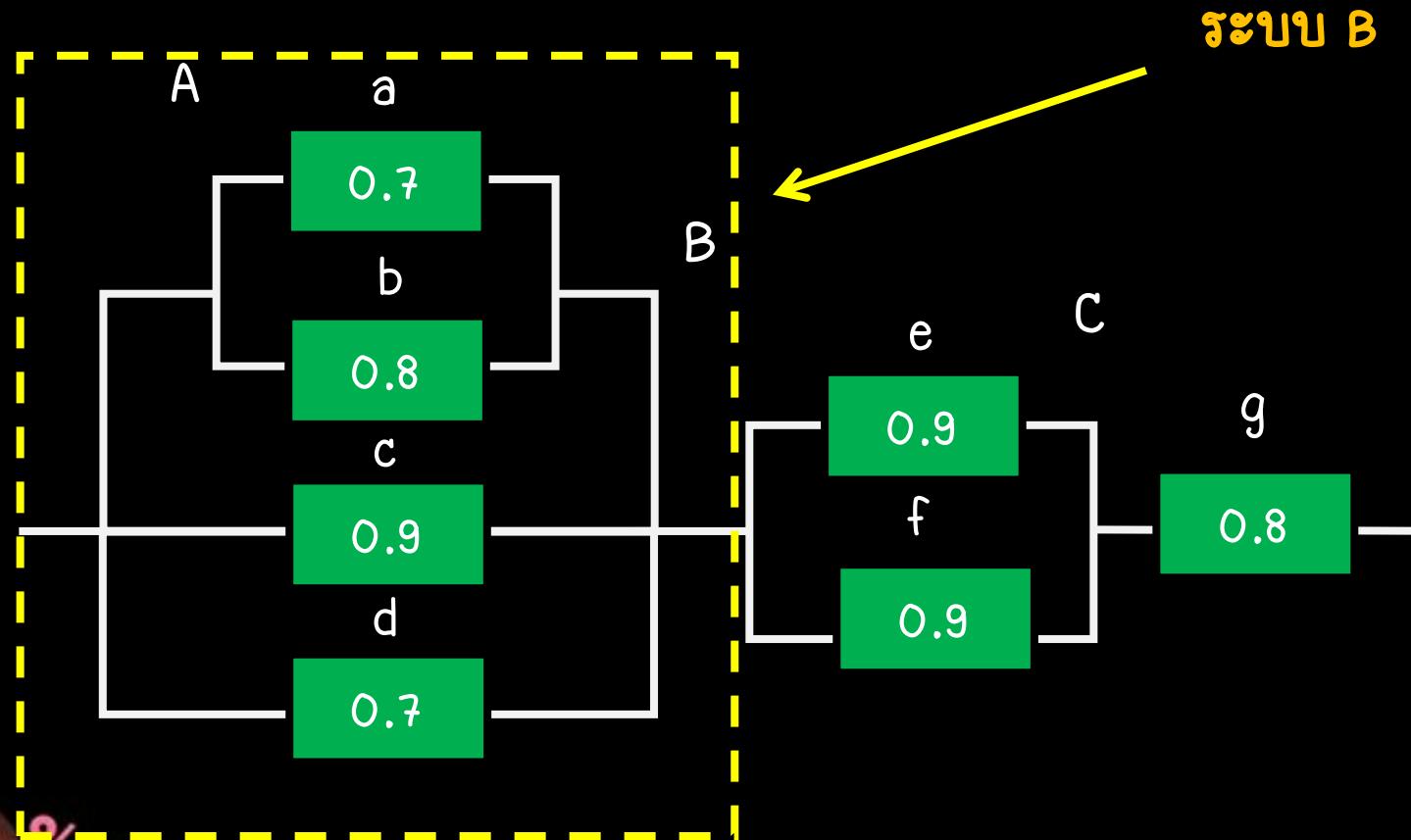
หรือ $P(a') = 0.3$



ความน่าจะเป็นที่ระบบทำงาน



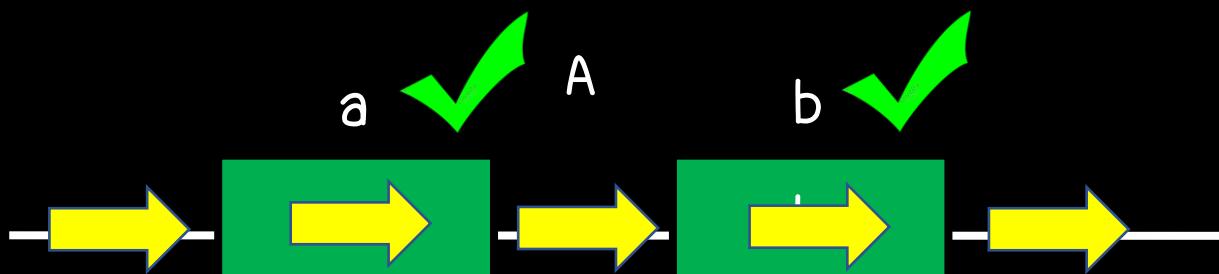
ความน่าจะเป็นที่ระบบทำงาน



การคำนวณความน่าจะเป็นที่ระบบจะทำงาน ต่อแบบอนุกรม

กำหนดให้ตัวเลขใน คือ ความน่าจะเป็นที่ชื่นล้วนจะทำงาน

และชื่นล้วนแต่ละชื่นเป็นอิสระต่อกัน

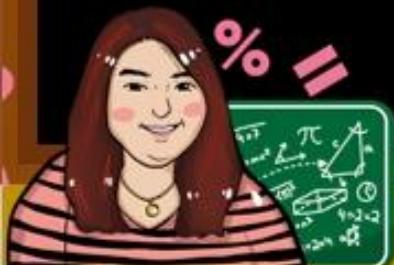


$$P(\text{ระบบ } A \text{ ทำงาน}) = P(a \text{ ทำงาน และ } b \text{ ทำงาน})$$

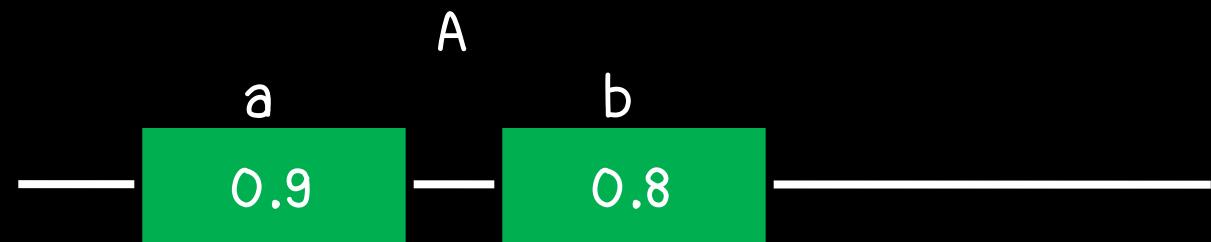
$$P(A) = P(a \cap b)$$

ชื่นล้วนเป็นอิสระต่อกัน

$$P(A) = P(a)P(b)$$

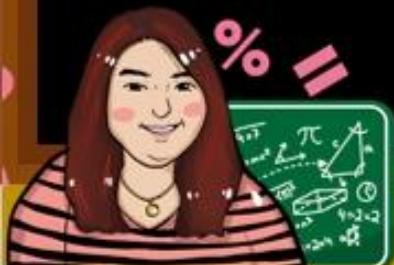


ตัวอย่าง เงื่อนไขความน่าจะเป็นที่ระบบทำงาน



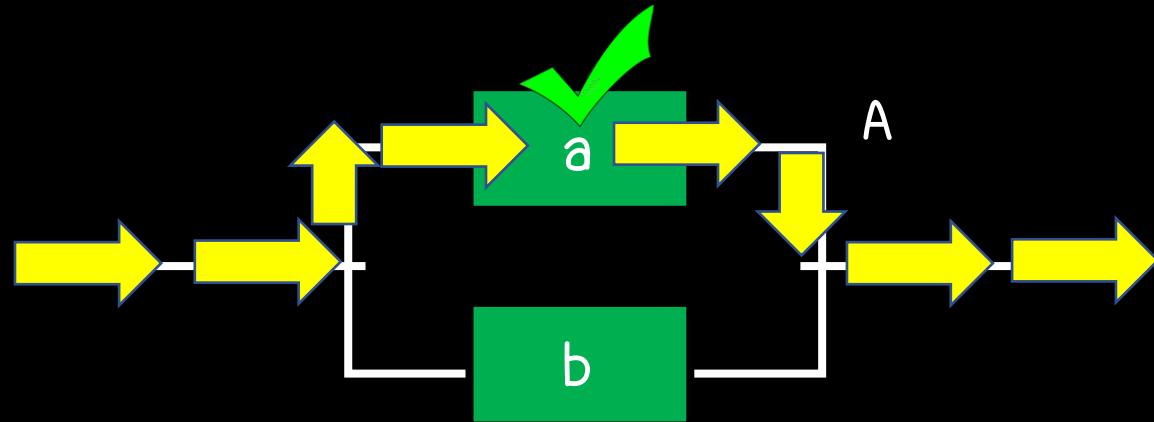
กำหนดให้ตัวเลขใน คือ ความน่าจะเป็นที่ชื่นล้วนจะทำงาน
และชื่นล้วนแต่ละชื่นเป็นอิสระต่อกัน

$$P(A) = P(a \cap b) = P(a)P(b) = (0.9)(0.8) = \mathbf{0.72}$$



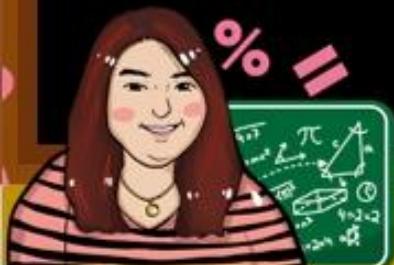
การคำนวณความน่าจะเป็นที่ระบบจะทำงาน

ต่อแบบไหน

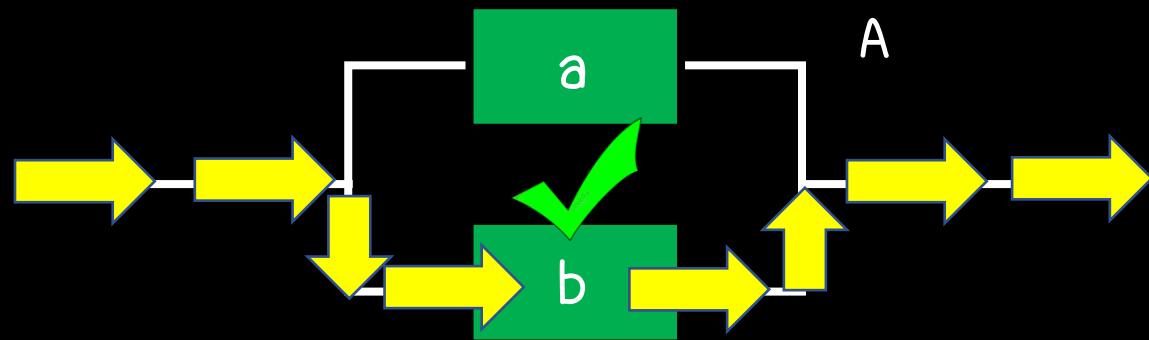


กำหนดให้ตัวเลขใน คือ ความน่าจะเป็นที่ชิ้นส่วนจะทำงาน
และชิ้นส่วนแต่ละชิ้นเป็นอิสระต่อกัน

$$P(\text{ระบบ } A \text{ ทำงาน}) = P(a \text{ ทำงาน})$$

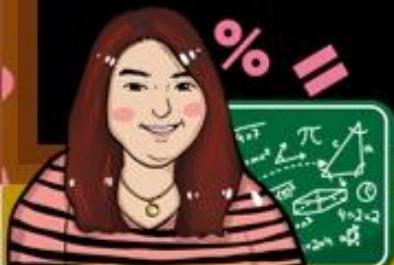


การคำนวณความน่าจะเป็นที่ระบบจะทำงาน ต่อแบบไหน

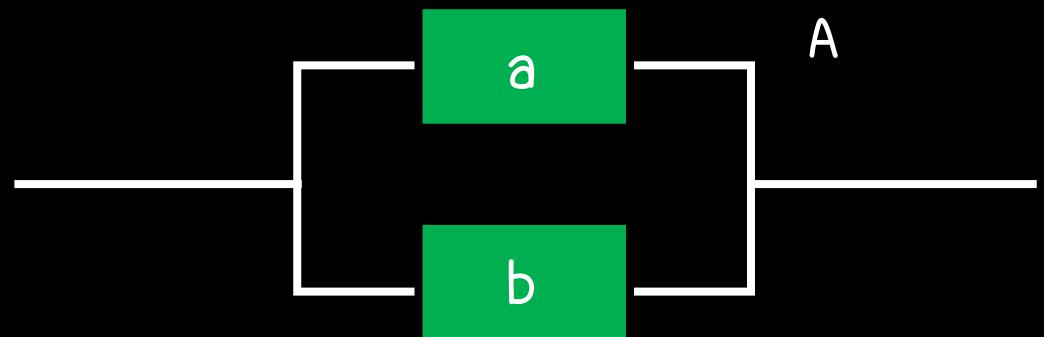


กำหนดให้ตัวเลขใน คือ ความน่าจะเป็นที่ชิ้นส่วนจะทำงาน
และชิ้นส่วนแต่ละชิ้นเป็นอิสระต่อกัน

$$P(\text{ระบบ } A \text{ ทำงาน}) = P(a \text{ ทำงาน} \text{ หรือ } b \text{ ทำงาน})$$



การคำนวณความน่าจะเป็นที่ระบบจะทำงาน ต่อแบบไหน

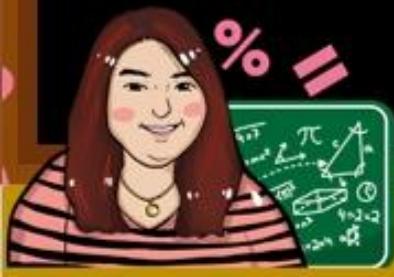


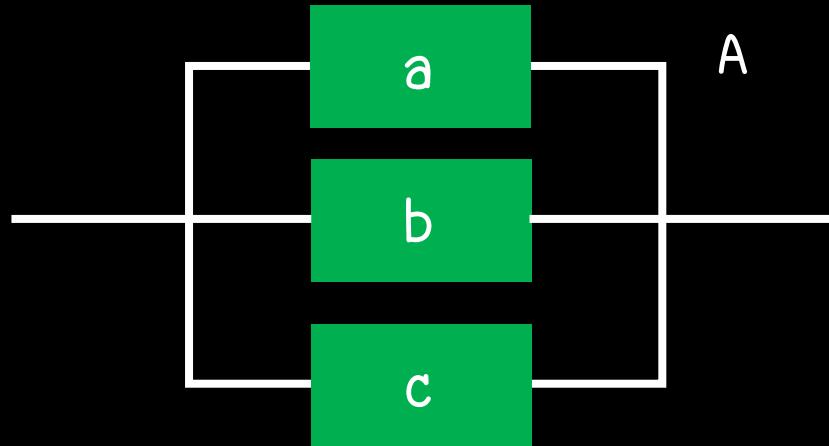
กำหนดให้ตัวเลขใน คือ ความน่าจะเป็นที่ชีวนี้ทำงาน
และชีวนี้ไม่ทำงานแต่ละชีวนี้เป็นอิสระต่อกัน

$$P(\text{ระบบ } A \text{ ทำงาน}) = P(a \text{ ทำงาน } \text{ หรือ } b \text{ ทำงาน})$$

$$P(A) = P(a \cup b)$$

$$P(A) = P(a) + P(b) - P(a)P(b)$$





กำหนดให้ตัวเลข $\boxed{}$ คือ ความน่าจะเป็นที่ชื่นล้วนและทำงาน
และชื่นล้วนแต่ละชื่นเป็นอิสระต่อกัน

$$P(\text{ระบบ } A \text{ ทำงาน}) = P(a \text{ ทำงาน} \text{ หรือ } b \text{ ทำงาน} \text{ หรือ } c \text{ ทำงาน})$$

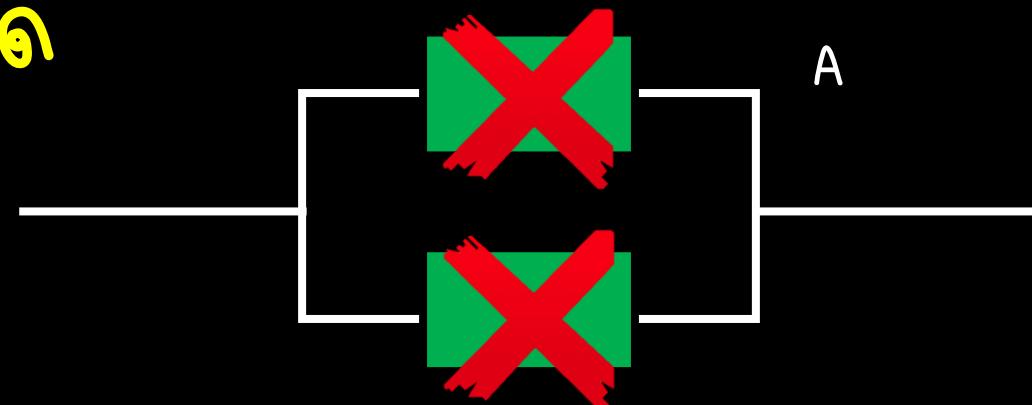
$$P(A) = P(a \cup b \cup c)$$

$$P(A) = P(a) + P(b) + P(c) - P(a)P(b) - P(a)P(c) - P(b)P(c) + P(a)P(b)P(c)$$



การคำนวณความน่าจะเป็นที่ระบบจะทำงาน ต่อแบบไหน

คิดวิธีลัด



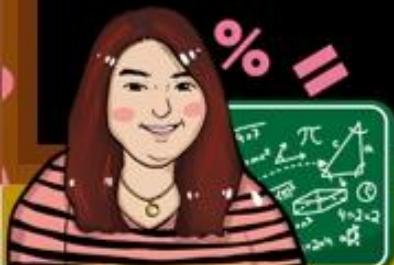
จาก $P(A) = 1 - P(A')$

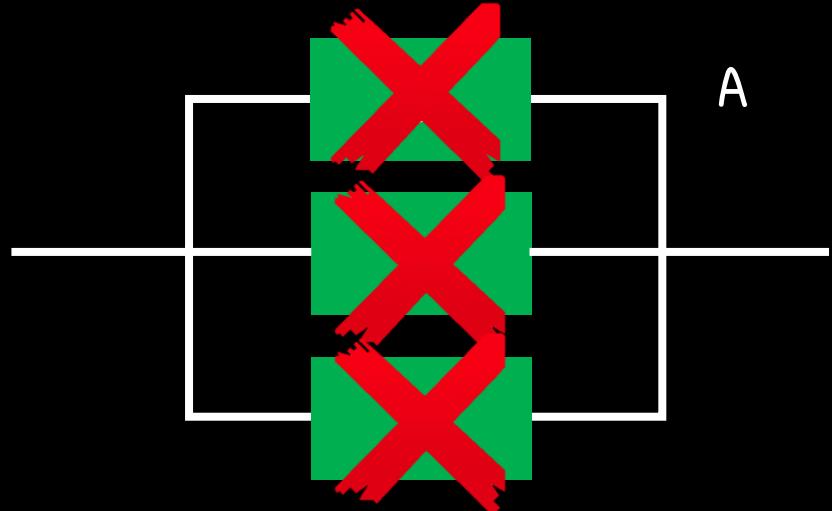
$$P(A) = 1 - P(a')P(b')$$

$$P(\text{ระบบ } A \text{ ทำงาน}) = 1 - P(A \text{ ไม่ทำงาน})$$

$$= 1 - P(a \text{ ไม่ทำงาน และ } b \text{ ไม่ทำงาน })$$

$$= 1 - P(A') = 1 - P(a' \cap b') = 1 - P(A') = 1 - P(a')P(b')$$





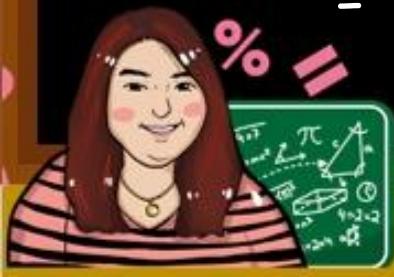
กำหนดให้ตัวเลข $\boxed{1}$ คือ ความน่าจะเป็นที่ชื่นล้วนจะทำงาน
และชื่นล้วนแต่ละชื่นเป็นอิสระต่อกัน

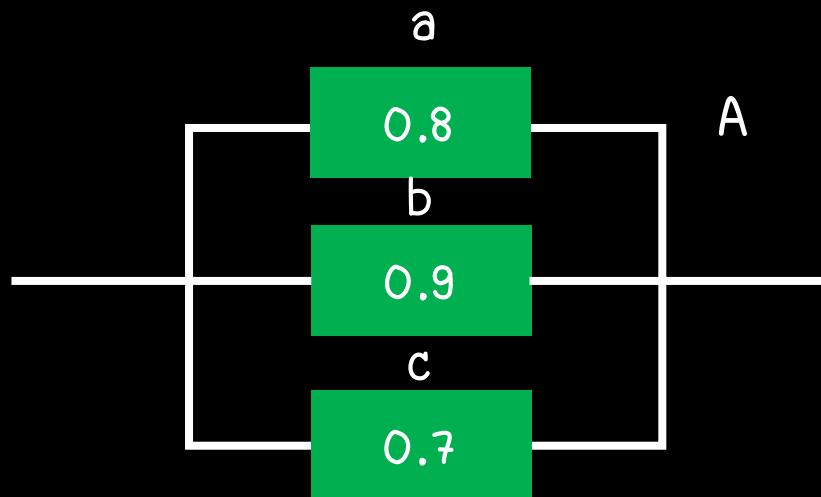
$$P(\text{ระบบ } A \text{ ทำงาน}) = 1 - P(A \text{ ไม่ทำงาน})$$

$$P(A) = 1 - P(a')P(b')P(c')$$

$$= 1 - P(a \text{ ไม่ทำงาน} \text{ และ } b \text{ ไม่ทำงาน} \text{ และ } c \text{ ไม่ทำงาน})$$

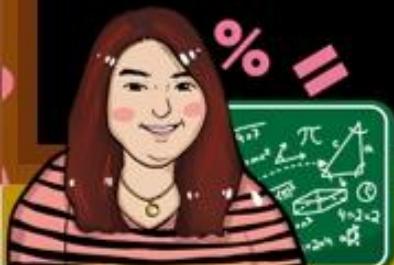
$$= 1 - P(A') = 1 - P(a' \cap b' \cap c') = 1 - P(A') = 1 - P(a')P(b')P(c')$$





กำหนดให้ตัวเลขใน คือ ความน่าจะเป็นที่ชื่นล้วนและกำงาน
และชื่นล้วนแต่ละชื่นเป็นอิสระต่อกัน

$$\begin{aligned}
 P(A) &= 1 - P(a^c \cap b^c \cap c^c) \\
 &= 1 - P(0.2 \times 0.1 \times 0.3) \\
 &= 0.994
 \end{aligned}$$



ଶ୍ରୀ

ព័ត៌មានបន្ថុករម

A

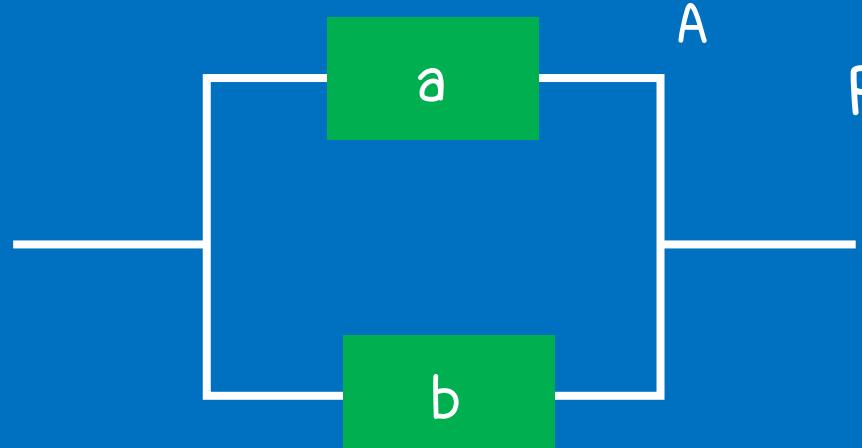
$$P(A) = P(a \cap b) = P(a)P(b)$$



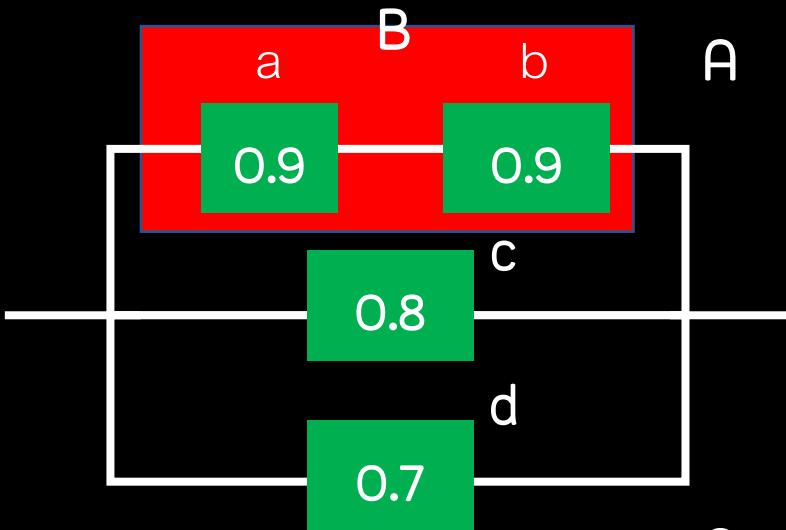
ຕ່ວແບບໜານ

A

$$\begin{aligned}
 P(A) &= 1 - P(A') \\
 &= 1 - P(a' \cap b') \\
 &= 1 - P(a')P(b')
 \end{aligned}$$

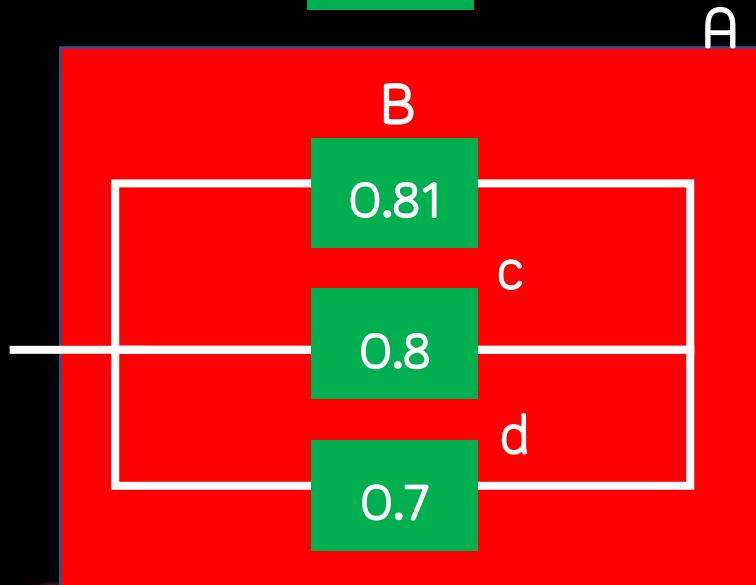


ตัวอย่าง

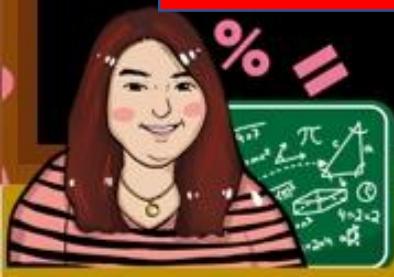


$$P(B) = P(a \cap b) = 0.9 \times 0.9 = 0.81$$

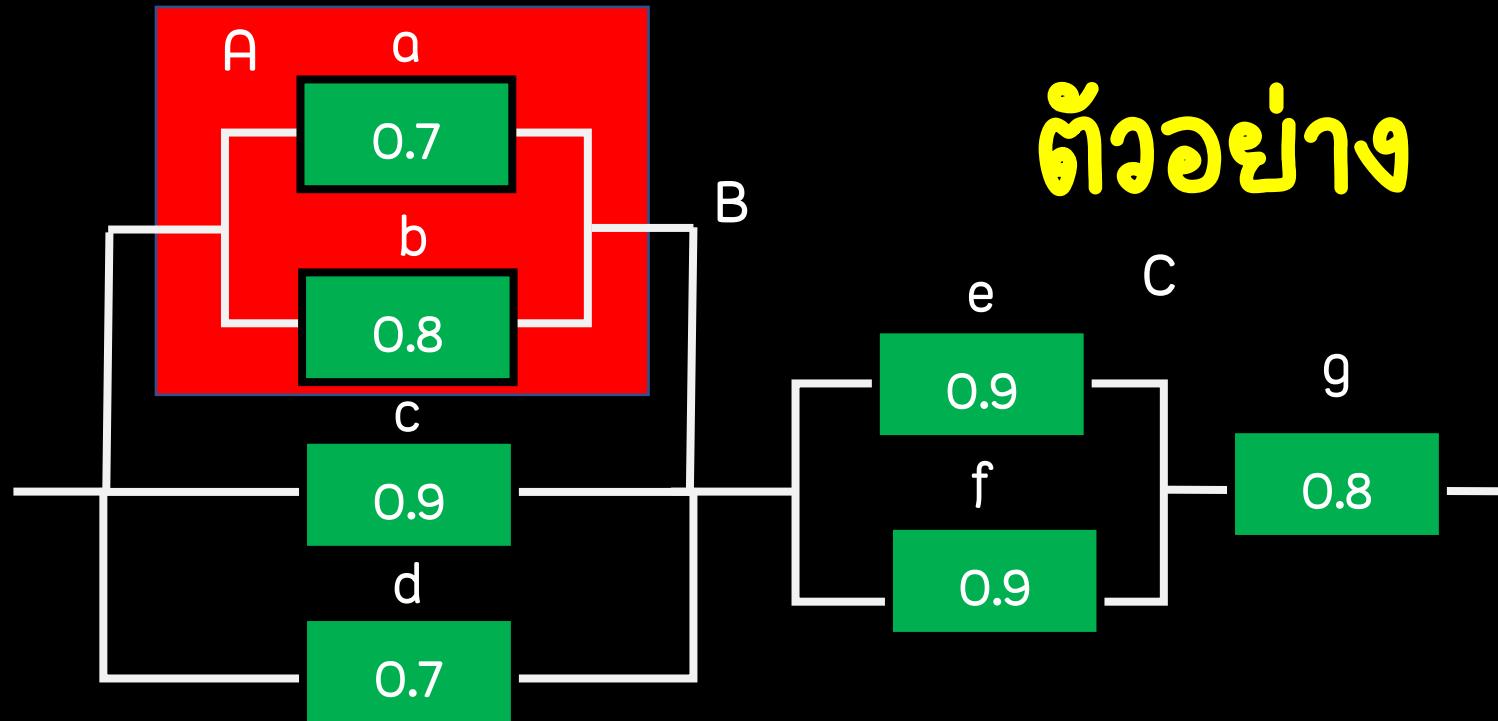
$$\begin{aligned}
 P(A) &= 1 - P(A') \\
 &= 1 - P(B' \cap c' \cap d') \\
 &= 1 - (0.19 \times 0.2 \times 0.3) \\
 &= 0.9886
 \end{aligned}$$



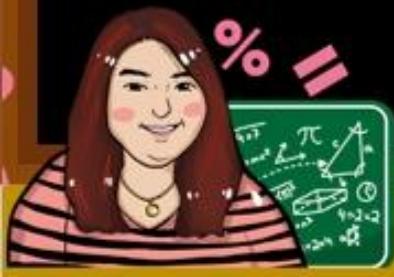
ดังนั้นความน่าจะเป็นที่ระบบจะทำงานเท่ากับ $= 0.9886$ หรือ 98.86%



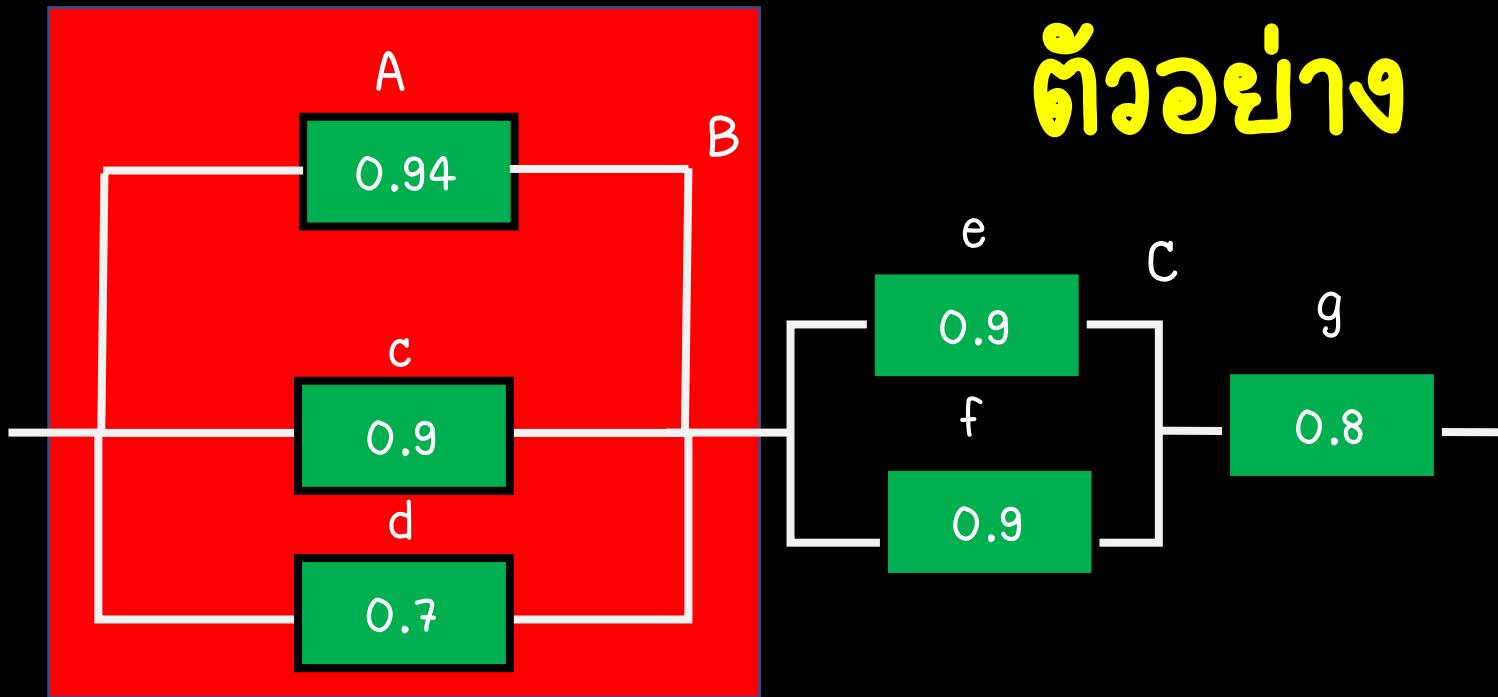
ตัวอย่าง



$$P(A) = 1 - P(a' \cap b') = 1 - (0.3 \times 0.2) = 0.94$$

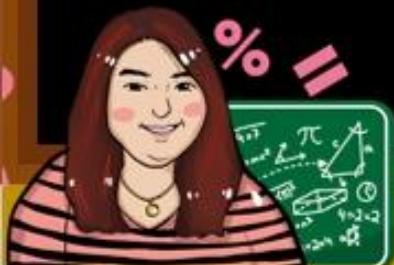


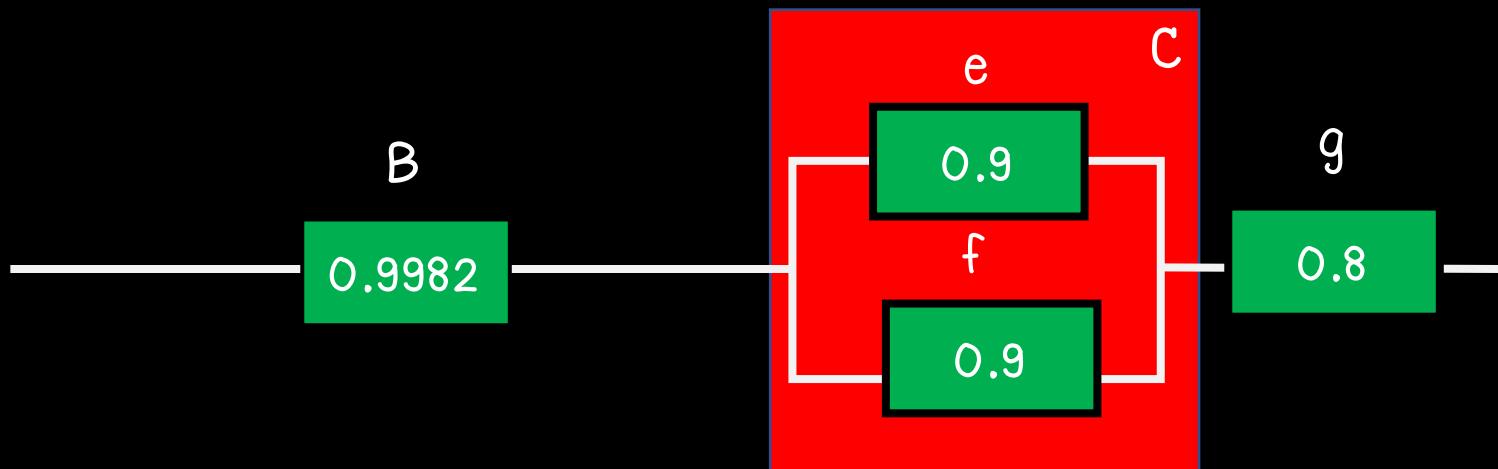
ตัวอย่าง



$$P(A) = 1 - P(a' \cap b') = 1 - (0.3 \times 0.2) = 0.94$$

$$P(B) = 1 - P(A' \cap c' \cap d') = 1 - (0.06 \times 0.1 \times 0.3) = 0.9982$$

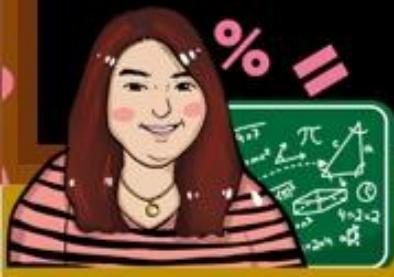


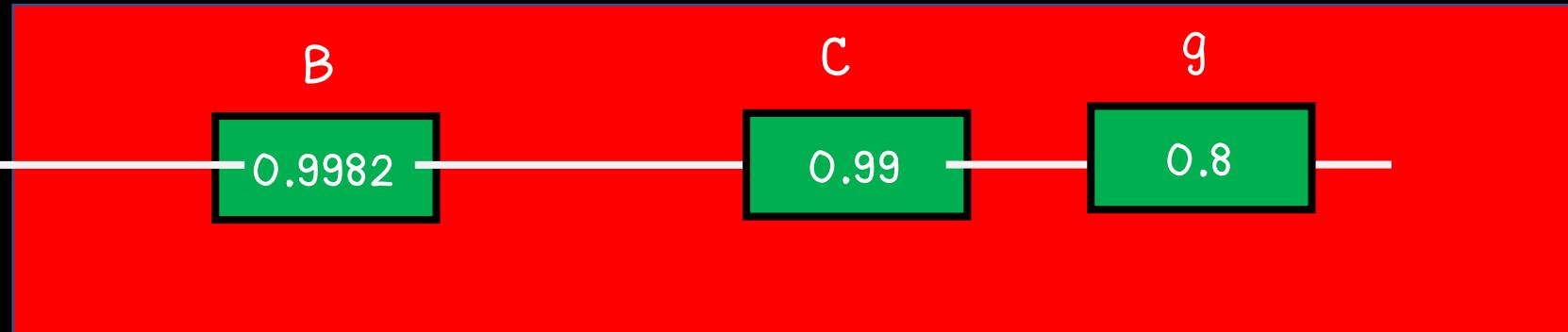


$$P(A) = 1 - P(a' \cap b') = 1 - (0.3 \times 0.2) = 0.94$$

$$P(B) = 1 - P(A' \cap c' \cap d') = 1 - (0.06 \times 0.1 \times 0.3) = 0.9982$$

$$P(C) = 1 - P(e' \cap f') = 1 - (0.1 \times 0.1) = 0.99$$



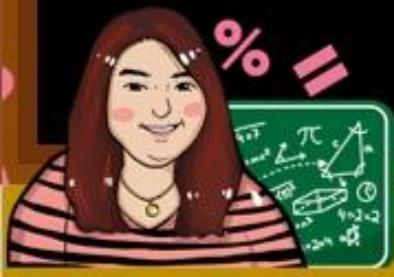


$$P(A) = 1 - P(a' \cap b') = 1 - (0.3 \times 0.2) = 0.94$$

$$P(B) = 1 - P(A' \cap c' \cap d') = 1 - (0.06 \times 0.1 \times 0.3) = 0.9982$$

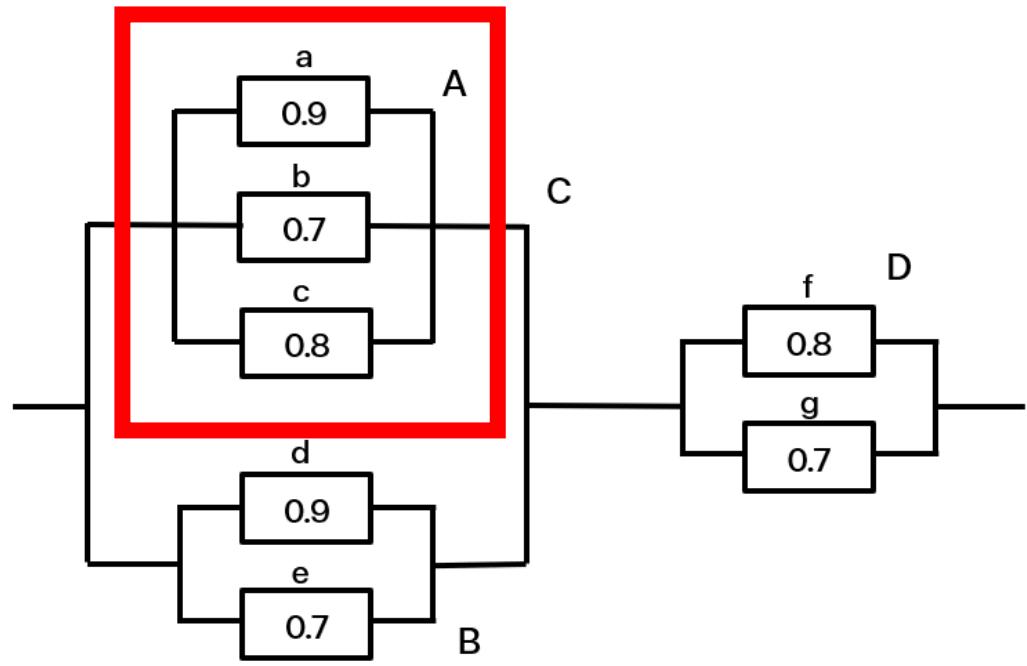
$$P(C) = 1 - P(e' \cap f') = 1 - (0.1 \times 0.1) = 0.99$$

$$P(\text{ระบบทำงาน}) = P(B \cap C \cap g) = 0.9982 \times 0.99 \times 0.8 = 0.79057$$

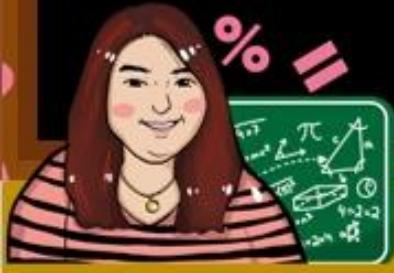


ดังนั้น ระบบทำงานตัวอย่างความน่าจะเป็น **0.79057** หรือ **79.057%**

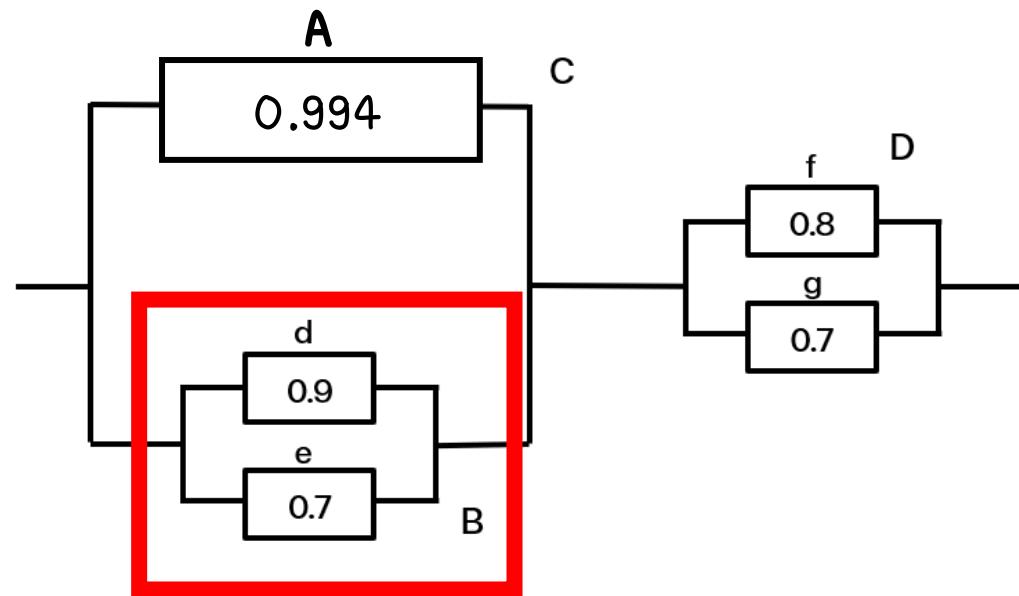
ตัวอย่าง



$$\begin{aligned}
 P(A) &= 1 - P(a' \cap b' \cap c') = 1 - P(a')P(b')P(c') \\
 &= 1 - (0.1 \times 0.3 \times 0.2) = 0.994
 \end{aligned}$$

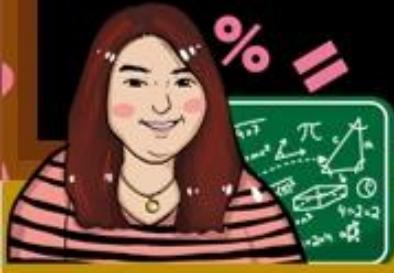


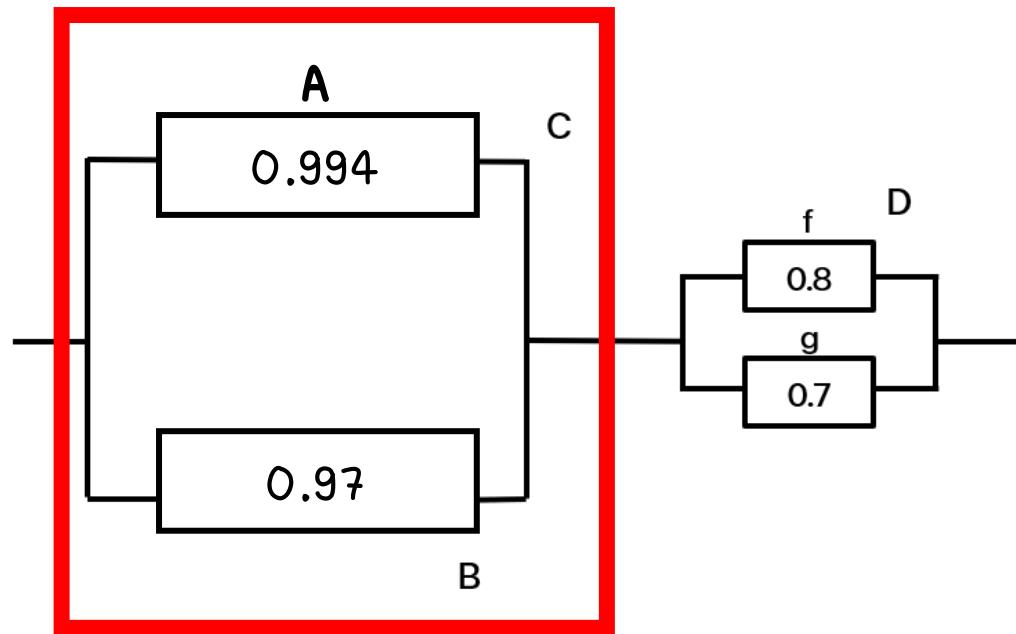
ตัวอย่าง



$$\begin{aligned}
 P(A) &= 1 - P(a' \cap b' \cap c') = 1 - P(a')P(b')P(c') \\
 &= 1 - (0.1 \times 0.3 \times 0.2) = 0.994
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P(B) &= 1 - P(d' \cap e') = 1 - P(d')P(e') \\
 &= 1 - (0.1 \times 0.3) = 0.97
 \end{aligned}$$

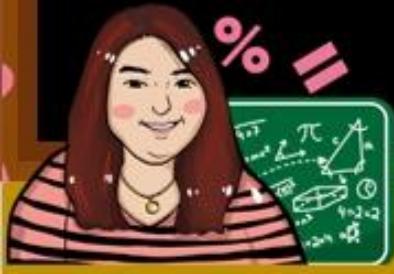


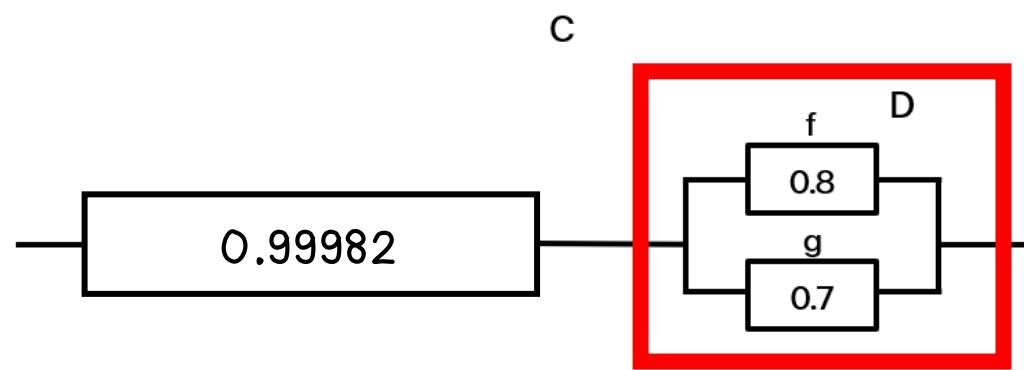


$$\begin{aligned} P(A) &= 1 - P(a' \cap b' \cap c') = 1 - P(a')P(b')P(c') \\ &= 1 - (0.1 \times 0.3 \times 0.2) = 0.994 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(B) &= 1 - P(d' \cap e') = 1 - P(d')P(e') \\ &= 1 - (0.1 \times 0.3) = 0.97 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(C) &= 1 - P(A' \cap B') = 1 - P(A')P(B') \\ &= 1 - (0.006 \times 0.03) = 0.99982 \end{aligned}$$





$$\begin{aligned}
 P(D) &= 1 - P(f' \cap g') = 1 - P(f')P(g') \\
 &= 1 - (0.2 \times 0.3) = 0.94
 \end{aligned}$$

$$P(A) = 1 - P(a' \cap b' \cap c') = 1 - P(a')P(b')P(c')$$

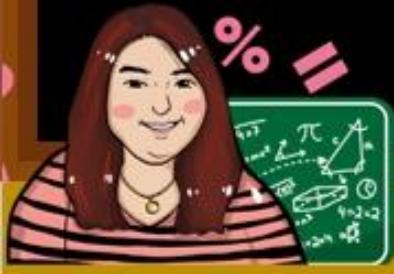
$$= 1 - (0.1 \times 0.3 \times 0.2) = 0.994$$

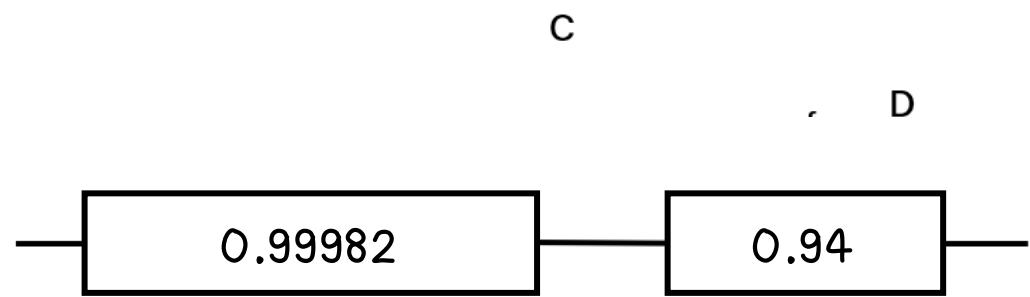
$$P(B) = 1 - P(d' \cap e') = 1 - P(d')P(e')$$

$$= 1 - (0.1 \times 0.3) = 0.97$$

$$P(C) = 1 - P(A' \cap B') = 1 - P(A')P(B')$$

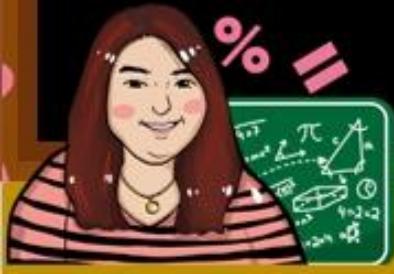
$$= 1 - (0.006 \times 0.03) = 0.99982$$

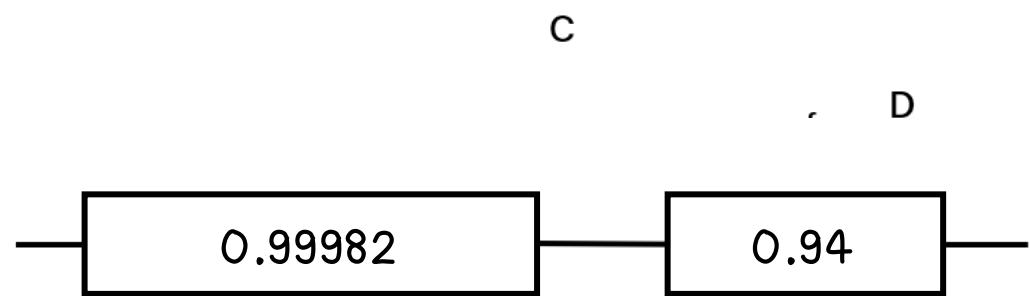




$$\begin{aligned}
 P(D) &= 1 - P(f' \cap g') = 1 - P(f')P(g') \\
 &= 1 - (0.2 \times 0.3) = 0.94
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P(A) &= 1 - P(a' \cap b' \cap c') = 1 - P(a')P(b')P(c') \\
 &= 1 - (0.1 \times 0.3 \times 0.2) = 0.994 \\
 P(B) &= 1 - P(d' \cap e') = 1 - P(d')P(e') \\
 &= 1 - (0.1 \times 0.3) = 0.97 \\
 P(C) &= 1 - P(A' \cap B') = 1 - P(A')P(B') \\
 &= 1 - (0.006 \times 0.03) = 0.99982
 \end{aligned}$$





$$\begin{aligned}
 P(D) &= 1 - P(f' \cap g') = 1 - P(f')P(g') \\
 &= 1 - (0.2 \times 0.3) = 0.94
 \end{aligned}$$

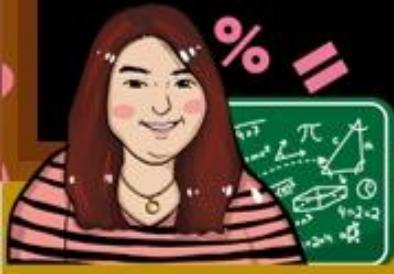
$$\begin{aligned}
 P(A) &= 1 - P(a' \cap b' \cap c') = 1 - P(a')P(b')P(c') \\
 &= 1 - (0.1 \times 0.3 \times 0.2) = 0.994
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P(B) &= 1 - P(d' \cap e') = 1 - P(d')P(e') \\
 &= 1 - (0.1 \times 0.3) = 0.97
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P(C) &= 1 - P(A' \cap B') = 1 - P(A')P(B') \\
 &= 1 - (0.006 \times 0.03) = 0.99982
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P(\text{ຮະບບກຳງານ}) &= P(C \cap D) = P(C)P(D) \\
 &= 0.99982 \times 0.94 = 0.93983
 \end{aligned}$$

ດັ່ງນີ້ນ ຮະບບກຳງານດ້ວຍຄວາມໜ່າລະເປົ່ນ 93.983%



THE END



QUIZ 2

ชื่อ-นามสกุล

รหัส

เลขที่

ลงนาความน่าจะเป็นที่ระบบจะทำงาน โดยกำหนดว่า

- ตัวเลขใน คือ ค่าความน่าจะเป็นที่ขึ้นส่วนจะทำงานตามปกติ แต่ละชิ้นส่วนเป็นอิสระต่อ กัน

X Y Z เท่ากับ	0-1	2-3	4-5	6-7	8-9
แทนค่าด้วย	0.82	0.86	0.90	0.94	0.96

- $Z \cdot Y \cdot X$ คือ เลข 3 ตัวท้ายรหัสหน้าตัว เช่น รหัสหน้าตัว 52361749 จะได้ว่า $Z = 0.94$, $Y = 0.90$, $X = 0.96$

P(A) ใช้ภาษาคนรุ่นใหม่ 5 ตัวແນ່ນໆ ปีเตศะ ตັງແຕ່ 5 ຈຶ່ນໄປໃຫ້ປັບຂຶ້ນ (ปีเตศະຜິດຮູ້ອາຄຸນຍົມໄມ່ຄຽບ ປື້ນວ່າຜິດ)

P(D)

P(B)

P(C)

P(E)

P(F)

P(G)

P(H)

P(I)

P(J)

P(K)

P(L)

