

# ความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข (CONDITIONAL PROBABILITY)

# ความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข

ความน่าจะเป็น ที่มีเงื่อนไขเพิ่มขึ้นมา

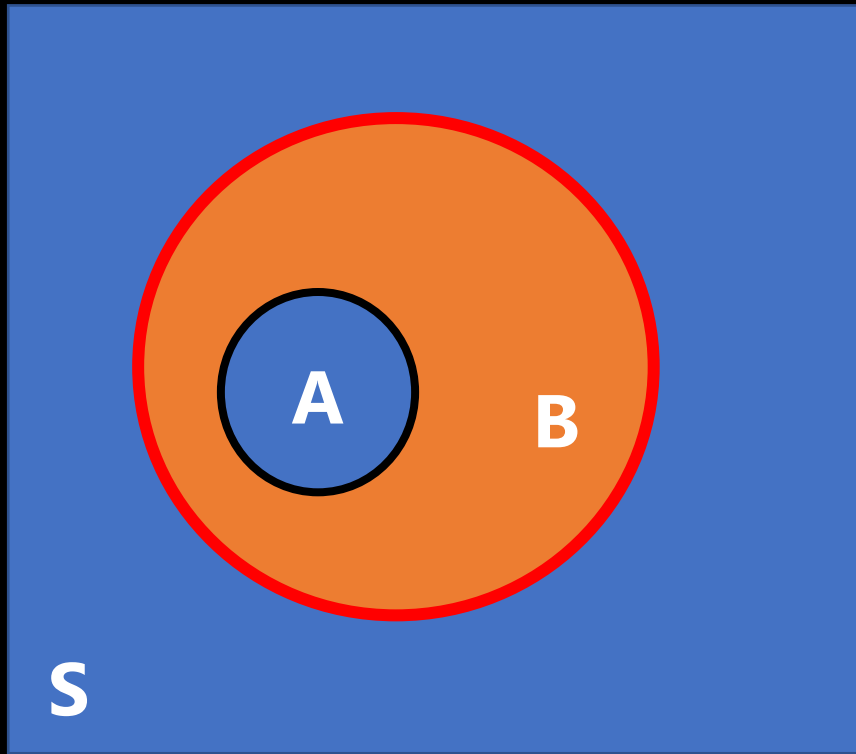
มีเหตุการณ์เกิดซ้อนกัน

โยนลูกเต๋า 1 ลูก  $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้แต้ม 3 ความน่าจะเป็น =  $\frac{1}{6}$   
RSSMคา

จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้แต้ม 3 ความน่าจะเป็น =  $\frac{1}{3}$   
ถ้ารู้ว่าเป็นเลขคี่ แบบมีเงื่อนไข

# ความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข



$$P(\overset{\text{เกิดทีหลัง}}{A}/\underset{\text{เกิดก่อน}}{B}) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

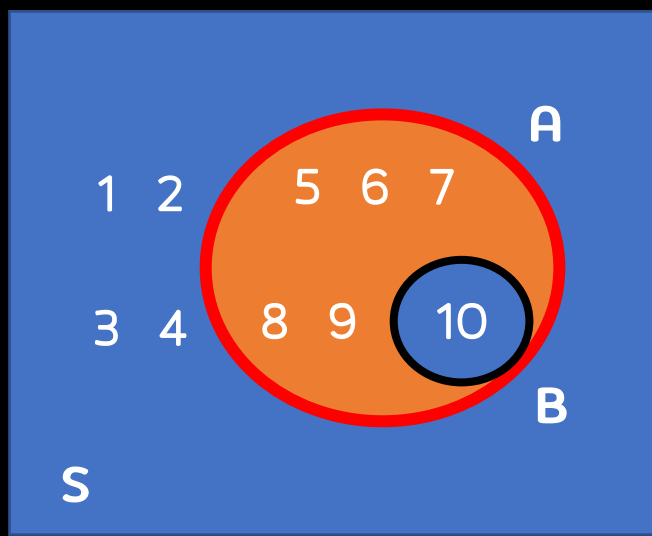
$$\frac{n_A}{n_B}$$

ความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขของ A เมื่อมี B เกิดขึ้นมาก่อน

ตัวอย่างที่ 1 กล่องใบหนึ่งมีสลากหมายเลข 1 ถึงหมายเลข 10 สุ่มหยิบสลากขึ้นมา 1 ใบ ถ้าสลากที่สุ่มหยิบขึ้นมามีค่าน้อยกว่า 5 จงหาว่าความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขที่สลากใบนี้จะมีค่าเท่ากับ 10

ให้ A เป็นเหตุการณ์ที่หยิบสลากขึ้นมา 1 ใบ แล้วสลากที่สุ่มหยิบขึ้นมามีค่าน้อยกว่า 5

ให้ B เป็นเหตุการณ์ที่หยิบสลากขึ้นมา 1 ใบ แล้วสลากที่สุ่มหยิบขึ้นมามีค่าเท่ากับ 10

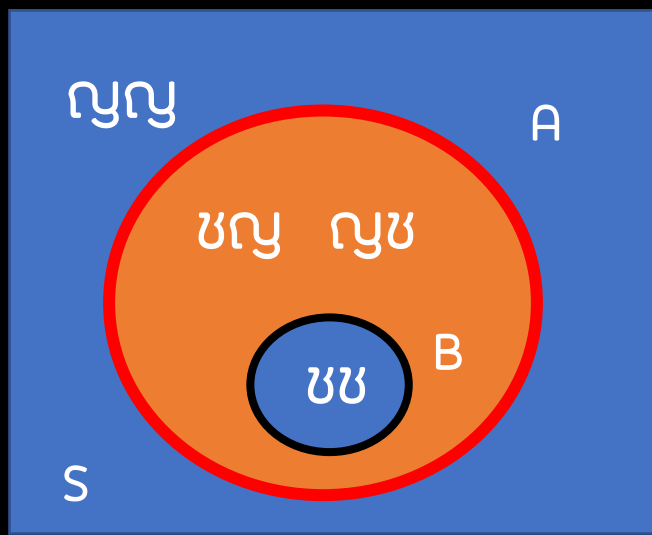


$$P(B/A) = \frac{n_B}{n_A} = \frac{1}{6}$$

ตัวอย่างที่ 2 ครอบครัวหนึ่งมีบุตร 2 คน จงหาความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขที่บุตรทั้งสองคนจะเป็น  
เพศชาย โดยที่ทราบว่าอย่างน้อย 1 คนเป็นผู้ชาย

ให้ A เป็นเหตุการณ์ที่ทราบว่าอย่างน้อย 1 คนเป็นผู้ชาย

ให้ B เป็นเหตุการณ์ที่บุตรทั้ง 2 คนเป็นผู้ชาย



$$P(B/A) = \frac{n_B}{n_A} = \frac{1}{3}$$

# ตัวอย่าง

	แดง	ขาว	ดำ	
กล่อง 1	10	14	7	31
กล่อง 2	8	15	5	28
กล่อง 3	20	12	8	40
	38	41	20	

สุ่มกล่อง

$$P(\text{กล่อง 2}) = 1/3$$

สุ่มบอล

$$P(\text{ขาว/กล่อง1}) = 14/31$$

$$P(\text{กล่อง2/ดำ}) = 5/20$$

$$P(\text{แดง/กล่อง3}) = 20/40$$

$$P(\text{แดง/กล่อง2}) = 8/28$$

## ตัวอย่าง



	ชาย	หญิง	รวม
เซียร์หงส์แดง	22	20	42
เซียร์ผีแดง	24	15	39
รวม	46	35	81



- 1 สุ่มคน 1 คน ปรากฏว่าเป็นผู้ชาย จงหาความน่าจะเป็นที่ชายคนนี้จะเซียร์ผีแดง  $P(\text{ผีแดง/ผู้ชาย})$  24/46
- 2 สุ่มคน 1 คน ปรากฏว่าเป็นผู้หญิง จงหาความน่าจะเป็นที่ผู้หญิงนี้จะเซียร์หงส์แดง  $P(\text{หงส์แดง/ผู้หญิง})$  20/35
- 3 สุ่มคน 1 คน ปรากฏว่าเป็นกองเซียร์ผีแดง จงหาความน่าจะเป็นที่จะเป็นผู้หญิง  $P(\text{ผู้หญิง/ผีแดง})$  15/39
- 4 สุ่มคน 1 คน ปรากฏว่าเป็นกองเซียร์หงส์แดง จงหาความน่าจะเป็นที่จะเป็นผู้ชาย  $P(\text{ผู้ชาย/หงส์แดง})$  22/42

## ตัวอย่าง

		นิกเกิล		
		มี	ไม่มี	
โครเมียม	มี	23	18	41
	ไม่มี	14	10	24
		37	28	

1 สุ่มชิ้นงาน 1 ชิ้น ปรากฏว่ามีนิกเกิลผสมอยู่ จงหาความน่าจะเป็นที่ชิ้นงานนี้จะมีโครเมียมผสมอยู่

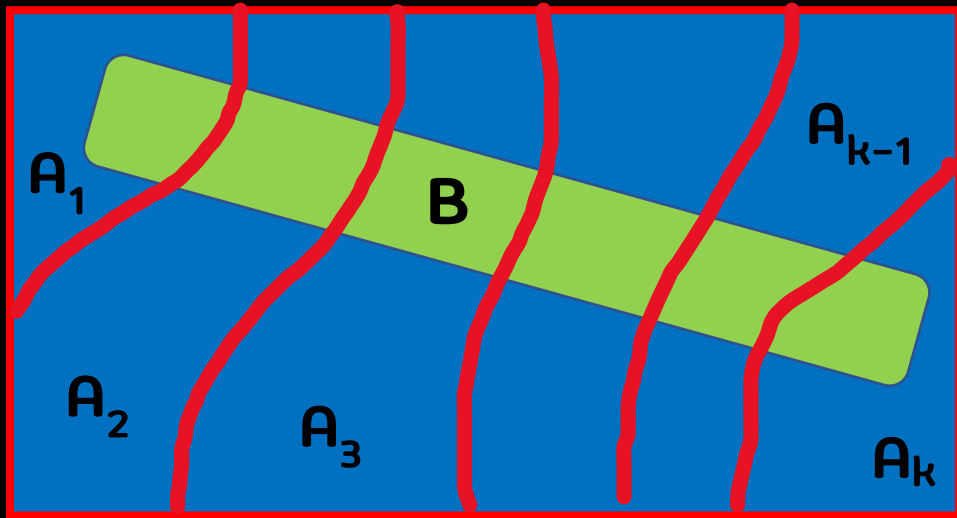
$$P(\text{มีโครเมียม/มีนิกเกิล}) = 23/37$$

2 สุ่มชิ้นงาน 1 ชิ้น ปรากฏว่าไม่มีโครเมียมผสมอยู่ จงหาความน่าจะเป็นที่ชิ้นงานนี้จะมีนิกเกิลผสมอยู่

$$P(\text{มีนิกเกิล/ไม่มีโครเมียม}) = 14/24$$



# กฎของเบย์ (BAYES' RULE)

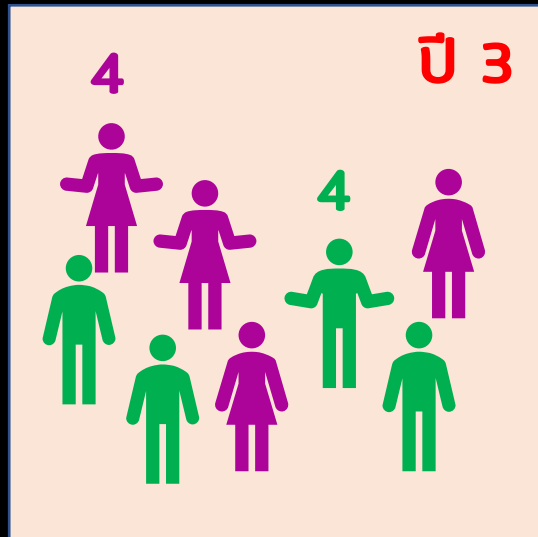
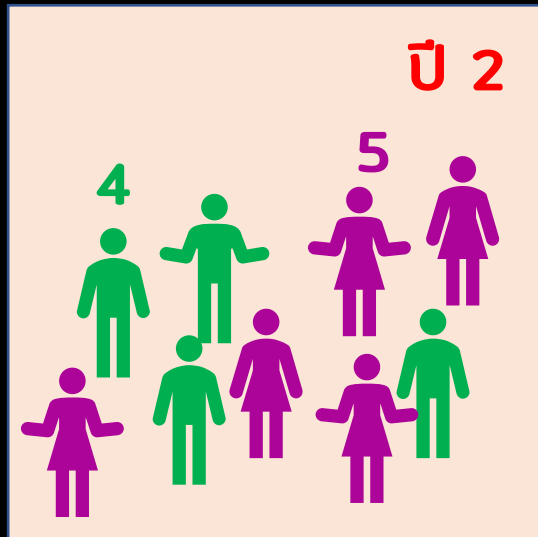
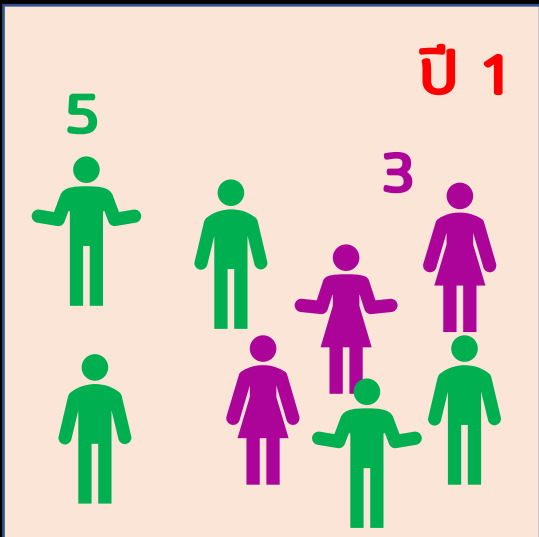


$$P(B) = \sum P(A_i) P(B/A_i)$$

$$P(B) = P(A_1) P(B/A_1) + P(A_2) P(B/A_2) + \dots + P(A_k) P(B/A_k)$$

$$P(A_i/B) = \frac{P(B/A_i)P(A_i)}{P(B)} =$$

$$\frac{P(B/A_i)P(A_i)}{P(A_1)P(B/A_1) + \dots + P(A_k) P(B/A_k)}$$



คนทั้งหมด 25 คน

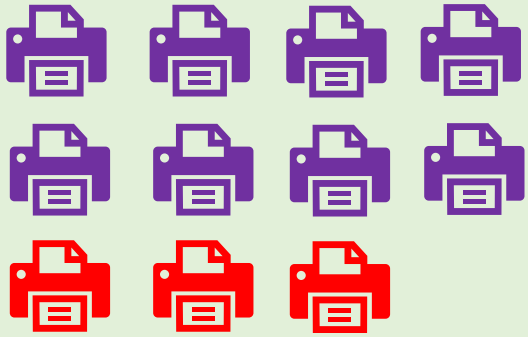
กลุ่ม 1 คน

กลุ่มได้ ผู้หญิง

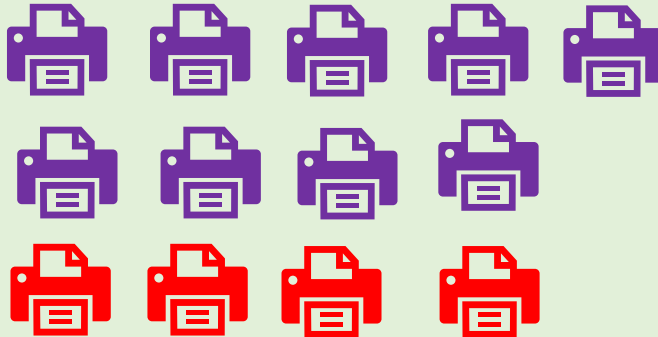


จงหาความน่าจะเป็นที่ผู้หญิงคนนี้จะอยู่ ปี 3

$$P(\text{ปี}3/\text{หญิง}) = \frac{P(\text{หญิง}/\text{ปี}3)P(\text{ปี}3)}{P(\text{หญิง})} = \frac{\frac{4}{8} \cdot \frac{8}{25}}{\frac{8}{25} \cdot \frac{3}{8} + \frac{9}{25} \cdot \frac{5}{9} + \frac{8}{25} \cdot \frac{4}{8}}$$



11 โรงงาน A



13 โรงงาน B

เครื่องพิมพ์ทั้งหมด 24 เครื่อง

สุ่มเครื่องพิมพ์ 1 เครื่อง

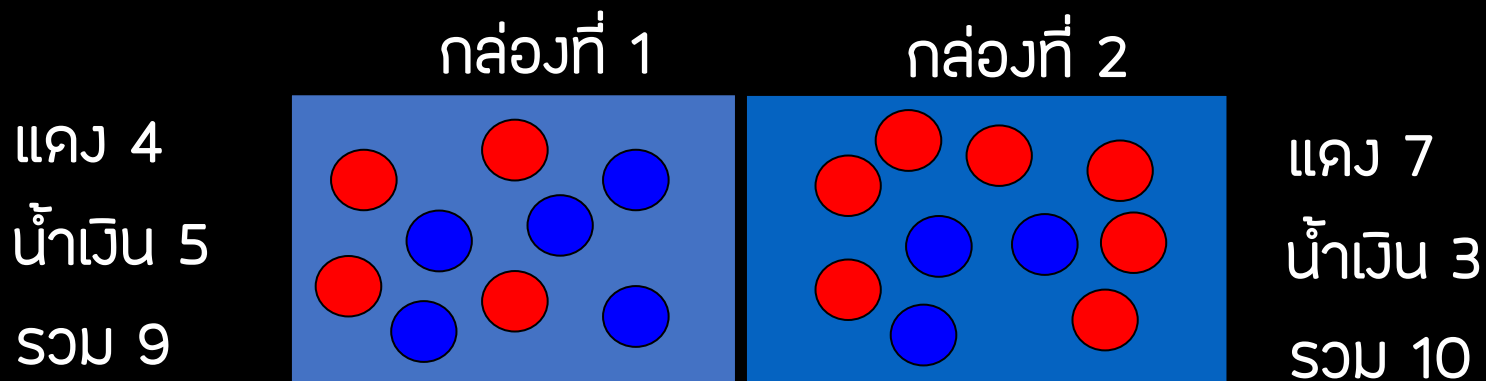


เครื่องเสีย

จงหาความน่าจะเป็นที่เครื่องนี้จะมาจาก โรงงาน A

$$P(A/\text{เสีย}) = \frac{P(\text{เสีย}/A)P(A)}{P(\text{เสีย})} = \frac{\frac{11}{24} \cdot \frac{3}{11}}{\frac{11}{24} \cdot \frac{3}{11} + \frac{13}{24} \cdot \frac{4}{13}}$$

# ตัวอย่าง



จงหาความน่าจะเป็นที่สุ่มจะได้ลูกบอลสีแดง

$$P(\text{แดง}) = P(B1) P(\text{แดง}/B1) + P(B2) P(\text{แดง}/B2) = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{9} + \frac{1}{2} \cdot \frac{7}{10} = \frac{4}{7}$$

## ความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข

1. จากโจทย์ถือว่า 2 เหตุการณ์มีอะไรบางอย่าง ให้เหตุการณ์ที่ 1 เป็น A และเหตุการณ์ที่ 2 เป็น B
2. พิจารณาว่า A กับ B อะไรเกิดก่อน (อยู่หลัง /)
3. คำนวณจากสูตร

$$P(A/B) = \frac{P(B/A)P(A)}{P(B)}$$

$\rightarrow \sum P(B_i) P(A/B_i)$

ตัวอย่าง กลุ่มหมายเลข 1 บรรจุเหรียญทอง เงิน ทองแดง จำนวน 3 เหรียญ 2 เหรียญ และ 5 เหรียญตามลำดับ กลุ่มหมายเลข 2 บรรจุเหรียญทอง เงิน ทองแดง จำนวน 2 เหรียญ 3 เหรียญ และ 3 เหรียญตามลำดับ และกลุ่มหมายเลข 3 บรรจุเหรียญทอง เงิน ทองแดง จำนวน 3 เหรียญ 4 เหรียญ และ 2 เหรียญ ตามลำดับ

ทำการเลือกกล่องหนึ่งกล่องแล้วหยิบเหรียญหนึ่งเหรียญ ปรากฏว่าเป็นเหรียญเงิน  
จงหาความน่าจะเป็นที่กล่องที่ 3 จะถูกเลือก

**ตัวอย่าง** กลุ่มหมายเลข 1 บรรจุเหรียญทอง เงิน ทองแดง จำนวน 3 เหรียญ 2 เหรียญ และ 5 เหรียญตามลำดับ กลุ่มหมายเลข 2 บรรจุเหรียญทอง เงิน ทองแดง จำนวน 2 เหรียญ 3 เหรียญ และ 3 เหรียญตามลำดับ และกลุ่มหมายเลข 3 บรรจุเหรียญทอง เงิน ทองแดง จำนวน 3 เหรียญ 4 เหรียญ และ 2 เหรียญ ตามลำดับ

	Gold	Silver	Bronze	
กลุ่ม 1	3	2	5	10
กลุ่ม 2	2	3	3	8
กลุ่ม 3	3	4	2	9
	8	9	10	27

ทำการเลือกกล่องหนึ่งกล่องแล้วหยิบเหรียญหนึ่งเหรียญ ปรากฏว่าเป็นเหรียญเงิน

จงหาความน่าจะเป็นที่กล่องที่ 3 จะถูกเลือก

	Gold	Silver	Bronze	
กล่อง 1	3	2	5	10
กล่อง 2	2	3	3	8
กล่อง 3	3	4	2	9
	8	9	10	27

เกิดก่อน คือ หยิบได้เหรียญเงิน (S)

เกิดทีหลัง คือ เหรียญเงินมาจากกล่องที่ 3 (3)

$$P(3/S) = \frac{P(S/3)P(3)}{P(S)} = \frac{\frac{4}{9} \cdot \frac{1}{3}}{\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{10} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{8} + \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{9}} = 0.43573$$



**ตัวอย่าง** มีเหรียญ 3 เหรียญในกล่อง เหรียญแรกเป็นเหรียญที่มีหัวทั้ง 2 ด้าน เหรียญที่สองเป็นเหรียญหัวก้อยที่เที่ยงตรงตามปกติ เหรียญที่สามเป็นเหรียญหัวก้อยที่มีความน่าจะเป็นที่จะออกหัว 75% ทำการสุ่มหยิบเหรียญหนึ่งเหรียญจากกล่อง จากนั้นโยน ปรากฏว่าเหรียญออกหัว จงหาความน่าจะเป็นที่เหรียญนั้นเป็นเหรียญที่หนึ่ง

เหตุการณ์ที่เกิดก่อน คือ เหรียญออกหัว (H)

เหตุการณ์ที่เกิดทีหลัง คือ เป็นเหรียญที่ 1 (1)

	P(H)
เหรียญที่ 1	1
เหรียญที่ 2	0.50
เหรียญที่ 3	0.75

$$P(1/H) = \frac{P(H/1)P(1)}{P(H)} = \frac{1 \cdot 1/3}{P(H/1)P(1) + P(H/2)P(2) + P(H/3)P(3)} = 0.4444$$

$\frac{1/3 \cdot 1}{1/3 \cdot 1 + 1/3 \cdot 0.50 + 1/3 \cdot 0.75}$

**ตัวอย่าง** โรงงานผลิตหลอดไฟฟ้าแห่งหนึ่งมีเครื่องจักรที่ใช้ในการผลิต 3 เครื่อง คือเครื่องจักร A, B และ C ซึ่งมีอัตราการผลิต 40%, 30% และ 30% ตามลำดับ หลอดไฟฟ้าที่ผลิตจากเครื่องจักร 3 เครื่องดังกล่าวนี้ พบว่า มีหลอดไฟฟ้าเสีย 3%, 5% และ 4% สำหรับเครื่องจักร A, B และ C ตามลำดับ ถ้าสุ่มหยิบหลอดไฟฟ้าจากโรงงานนี้มา 1 หลอด

**จงหาความน่าจะเป็นที่หลอดไฟฟ้านี้จะเป็นหลอดเสีย**

$$P(A) = 0.40 \quad P(B) = 0.30 \quad P(C) = 0.30$$

**หลอดเสีย**  $P(F/A) = 0.03 \quad P(F/B) = 0.05 \quad P(F/C) = 0.04$

**หลอดดี**  $P(G/A) = 0.97 \quad P(G/B) = 0.95 \quad P(G/C) = 0.96$

$$P(F) = \overset{0.40}{P(A)} \overset{0.03}{P(F/A)} + \overset{0.30}{P(B)} \overset{0.05}{P(F/B)} + \overset{0.30}{P(C)} \overset{0.04}{P(F/C)} = \mathbf{0.039}$$

**ตัวอย่าง** โรงงานผลิตหลอดไฟฟ้าแห่งหนึ่งมีเครื่องจักรที่ใช้ในการผลิต 3 เครื่อง คือเครื่องจักร A, B และ C ซึ่งมีอัตราการผลิต 40%, 30% และ 30% ตามลำดับ หลอดไฟฟ้าที่ผลิตจากเครื่องจักร 3 เครื่องดังกล่าวนี้ พบว่า มีหลอดไฟฟ้าเสีย 3%, 5% และ 4% สำหรับเครื่องจักร A, B และ C ตามลำดับ ถ้าสุ่มหยิบหลอดไฟฟ้าจากโรงงานนี้มา 1 หลอด

**จงหาความน่าจะเป็นที่หลอดไฟฟ้านี้จะเป็นหลอดดี**

$$P(A) = 0.40 \quad P(B) = 0.30 \quad P(C) = 0.30$$

**หลอดเสีย**  $P(F/A) = 0.03 \quad P(F/B) = 0.05 \quad P(F/C) = 0.04$

**หลอดดี**  $P(G/A) = 0.97 \quad P(G/B) = 0.95 \quad P(G/C) = 0.96$

$$P(G) = \overset{0.40}{P(A)} \overset{0.97}{P(G/A)} + \overset{0.30}{P(B)} \overset{0.95}{P(G/B)} + \overset{0.30}{P(C)} \overset{0.96}{P(G/C)} = \mathbf{0.961}$$

ถ้าสุ่มหลอดไฟฟ้ามานา 1 หลอด พบว่าเป็นหลอดเสีย จงหาความน่าจะเป็นที่หลอดนี้จะมาจาก A

$$P(A) = 0.40 \quad P(B) = 0.30 \quad P(C) = 0.30$$

หลอดเสีย  $P(F/A) = 0.03 \quad P(F/B) = 0.05 \quad P(F/C) = 0.04$

หลอดดี  $P(G/A) = 0.97 \quad P(G/B) = 0.95 \quad P(G/C) = 0.96$

$$P(A/F) = \frac{0.03 \cdot 0.40}{P(F/A)P(A)} = 0.30769$$

$$P(F) = P(A)P(F/A) + P(B)P(F/B) + P(C)P(F/C) = 0.039$$

**ตัวอย่าง** โรงงานผลิตหลอดไฟฟ้าแห่งหนึ่งมีเครื่องจักรที่ใช้ในการผลิต 3 เครื่อง คือเครื่องจักร A, B และ C ซึ่งมีอัตราการผลิต 40%, 30% และ 30% ตามลำดับ หลอดไฟฟ้าที่ผลิตจากเครื่องจักร 3 เครื่องดังกล่าวนี้ พบว่า มีหลอดไฟฟ้าเสีย 3%, 5% และ 4% สำหรับเครื่องจักร A, B และ C ตามลำดับ ถ้าสุ่มหยิบหลอดไฟฟ้าจากโรงงานนี้มา 1 หลอด

**จงหาความน่าจะเป็นที่หลอดไฟฟ้านี้จะเป็นหลอดเสีย**

สมมติว่า ผลิตทั้งหมด 1000 หลอด

	ทั้งหมด	เสีย	ดี
A	400	12	388
B	300	15	285
C	300	12	288
		39	961

$$\text{ดังนั้น } P(\text{หลอดเสีย}) = \frac{39}{1000} = 0.039$$

$$\text{ดังนั้น } P(\text{หลอดดี}) = \frac{961}{1000} = 0.961$$

สมมติว่า ผลิตทั้งหมด 1000 หลอด

	ทั้งหมด	เสีย	ดี
A	400	12	388
B	300	15	285
C	300	12	288
		39	961

ถ้าสุ่มหลอดไฟฟ้ามานา 1 หลอด พบว่าเป็นหลอดเสีย จงหาความน่าจะเป็นที่หลอดนี้จะมาจาก A

$$\text{ดังนั้น } P(A/\text{หลอดเสีย}) = \frac{12}{39} = 0.30769$$

ถ้าสุ่มหลอดไฟฟ้ามานา 1 หลอด พบว่าเป็นหลอดดี จงหาความน่าจะเป็นที่หลอดนี้จะมาจาก C

$$\text{ดังนั้น } P(C/\text{หลอดดี}) = \frac{288}{961} = 0.29969$$



2020

THE END



จบ  
แล้ว  
จ้า